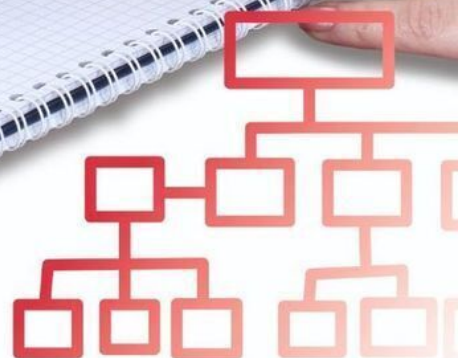


Олег Иванов

Учебник по финансовому анализу  
малого бизнеса  
для кредитных специалистов

# ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

$$P = S_0 \times \frac{(1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1}$$



Олег Иванов

**Финансовая математика.  
Учебник по финансовому  
анализу малого бизнеса для  
кредитных специалистов**

«Издательские решения»

**Иванов О.**

Финансовая математика. Учебник по финансовому анализу  
малого бизнеса для кредитных специалистов / О. Иванов —  
«Издательские решения»,

ISBN 978-5-00-506010-5

После изучения учебника Финансовая математика Вы будете— знать различия простых и сложных процентов— уметь самостоятельно строить графики погашения кредитов— знать основные формы погашения кредитов, их отличительные особенности— уметь рассчитывать аннуитетный взнос на калькуляторе— понимать правила начисления пени и проводить их самостоятельный расчет— знать порядок зачисления взносов при просрочке Учебник содержит примеры и задачи, максимально приближенные к работе кредитного специалиста

ISBN 978-5-00-506010-5

© Иванов О.

© Издательские решения

# Содержание

1. Проценты в финансовом мире	7
1.2. Простые проценты	8
1.3. Переменные ставки простых процентов	12
1.4. Сложные проценты	13
1.5. Продолжительность финансовых операций	16
Конец ознакомительного фрагмента.	17

# Финансовая математика

## Учебник по финансовому анализу малого бизнеса для кредитных специалистов

**Олег Иванов**

© Олег Иванов, 2024

ISBN 978-5-0050-6010-5

Создано в интеллектуальной издательской системе Ridero

### Об авторе



**Олег Иванов**  
Эксперт в сфере  
кредитования малого  
бизнеса

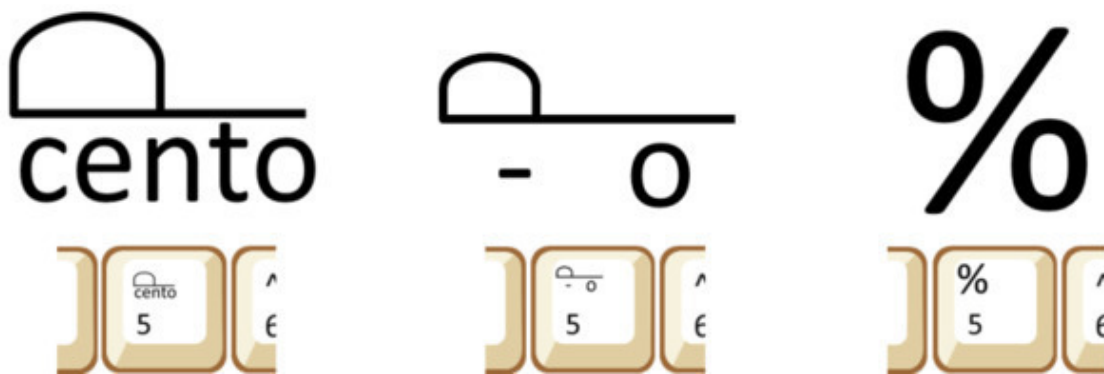
Банковский консультант и бизнес-тренер с практическим опытом работы в сфере кредитования малого бизнеса более 20 лет. Постоянный тренер Фонда поддержки малого бизнеса ЕБРР по проведению обучения банков-партнеров ЕБРР. В качестве тренера провел более 500 аудиторных и полевых тренингов для специалистов банков, МФО и гарантийных фондов. Личный наставник более 200 кредитных экспертов, которые занимают высокие позиции в крупных банках. Разработчик учебных материалов для аудиторного и онлайн обучения. Автор учебников, онлайн курсов, тренировочных и сертификационных тестов по финансовому анализу малого бизнеса для кредитных специалистов. Участник российских и международных проектов. Занимался организацией работы кредитных подразделений и обучением специалистов в банках по всей стране.



## 1. Проценты в финансовом мире

Само слово процент происходит от итальянского per cento [пер ченто], что означает в переводе «сотая доля». Т.е. процент есть не что иное, как сотая часть чего-то.

Знак процента не всегда выглядел таким как сегодня. Его эволюция выглядит следующим образом.



Первый эскиз использовался в пятнадцатом веке, и являлся аббревиатурой от per cento, второй эскиз уже из семнадцатого века и от per cento осталось только «o». И в восемнадцатом веке у нас появился замечательный общепринятый знак «%».

Как вы уже знаете, процентная ставка – сумма, указанная в процентном выражении к сумме кредита, которую платит получатель кредита за пользование им в расчете на определенный период, месяц-квартал-год. Либо же, проценты – это доход от предоставления капитала в долг в разных формах – ссуды, кредиты.

Из всего этого, мы имеем два известных вам понятия одного слова:

Процент – это сотая часть целого

Процент – плата за пользование деньгами, или доход от предоставления денег.

Давай теперь рассмотрим виды процентов.

**Процентная ставка** – относительная величина дохода за фиксированный отрезок времени, называемый также периодом начисления.

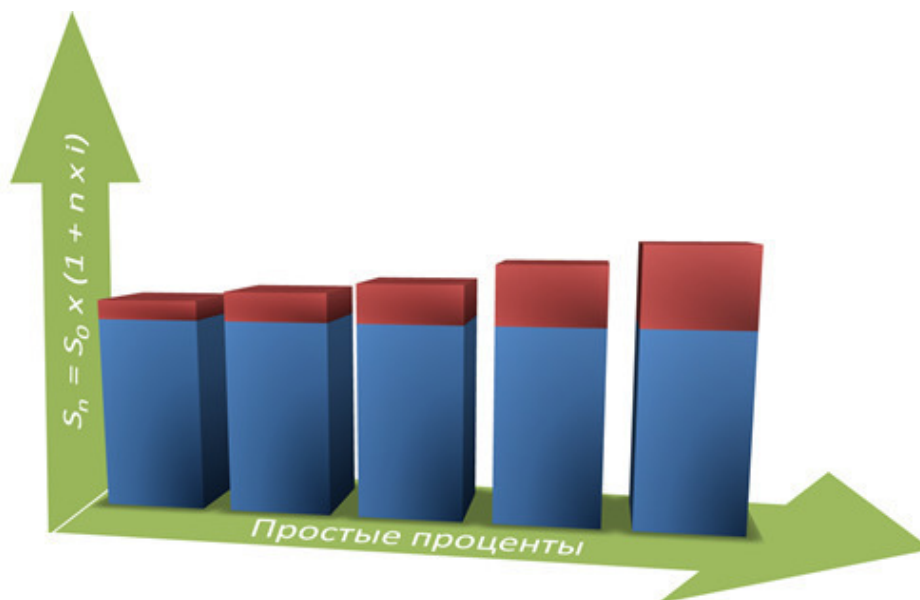
Период начисления обычно считается в базовых единицах времени (год, квартал, месяц, день).

Проценты различаются по базе их начисления. При постоянной базе начисления используют простые проценты, при последовательно изменяющейся – сложные проценты.



## 1.2. Простые проценты

При использовании простых ставок процентов сумма процентов определяется исходя из первоначальной суммы или базы. Схема простых процентов предполагает неизменность базы, с которой происходит начисление процентов.



Рассмотрим на примере, как выводится формула расчета наращенной суммы, используя принцип простых процентов.

Клиент приходит в Банк, чтобы выбрать самый доходный вклад на 3 года, сумма его ограничена 100 рублей. Банк предлагает ему 2 вклада под 10% годовых, с начисление простых и сложных процентов. Клиент ничего не понимает в финансовых расчетах, и сотрудник банка решает ему объяснить схему начисления простых процентов.

1 год	$100 + 100 \times 10\% = 110$
2 год	$100 + 100 \times 10\% + 100 \times 10\% = 120$
3 год	$100 + 100 \times 10\% + 100 \times 10\% + 100 \times 10\% = 130$

По итогам первого года сумма вклада с процентами будет составлять 110 рублей, исходя из первоначальной суммы вклада и начисленных процентов.

К концу второго года сумма вклада будет увеличена на сумму процентов за этот год, т.е. на 10 рублей.

На момент закрытия вклада сумма с процентами будет составлять уже 130 рублей, т.к. за третий год также будут начислены проценты от первоначальной суммы вклада.

Если упростить данный расчет, то он будет выглядеть следующим образом.

1 год	$100 + 100 \times 10\% = 110$
2 год	$100 + 100 \times 10\% + 100 \times 10\% = 120$
3 год	$100 + 100 \times 10\% + 100 \times 10\% +$ $+ 100 \times 10\% = 130$
	$100 + 3 \times 100 \times 10\% = 130$
	$100 \times (1 + 3 \times 10\%) = 130$

Если вместо цифр поставить соответствующие обозначения, получается следующая формула:

$$S_n = S_0 \times (1 + n \times i)$$

где  $S_n$  – итоговая сумма накоплений

$S_0$  – сумма первоначального вклада

$n$  – срок, или период накоплений

$i$  – процентная ставка, выраженная в долях

Разберем для закрепления небольшой пример.

Ростовщик выдал клиенту 300 рублей, через 6 месяцев клиент отдал ему 336 рублей. Необходимо узнать, какова была процентная ставка в месяц по данной сделке?

Итак, у нас есть формула начисления простых процентов

$$S_n = S_0 \times (1 + n \times i)$$

Что нам известно? Известно, что итоговая сумма составила 336 рублей, начальная сумма составляла 300 рублей, период составил 6 месяцев. Необходимо найти неизвестное  $i$  в данной формуле, используя простейшие математические расчеты.

$$336 = 300 \times (1 + 6 \times i)$$

Таким образом, процентная ставка в месяц составила в данном примере 2%.

$$i = \frac{336 - 300}{300 \times 6} = 0,02 \text{ или } 2\% \text{ в месяц}$$

Если представить этот расчет в уже знакомых нам обозначениях, то он будет выглядеть так:

$$i = \frac{S_n - S_0}{S_0 \times n}$$

Данную формулу можно применять для различных расчетов. Например, находит начальную сумму, если известны прочие данные уравнения.

### 1.3. Переменные ставки простых процентов

В практике, при инвестировании средств, иногда предусматриваются изменяющиеся во времени процентные ставки. При этом накопленная на конец срока сумма определяется по следующей формуле:

$$S_n = S_0 \cdot \left( 1 + \sum_{t=1}^m n_t \cdot i_t \right)$$

где,

$i_t$  – переменные ставки простых процентов в периоде  $t$  ( $t=1, 2, \dots, m$ )

$n_t$  – период начисления переменной ставки.

*Пример.*

Клиент положил на депозит 40 000 рублей на 1 год по ставке 9% годовых. По окончании срока депозита, Банк предложил пролонгацию всей суммы вклада на новых условиях еще на 2 года с увеличением ставки на 2%.

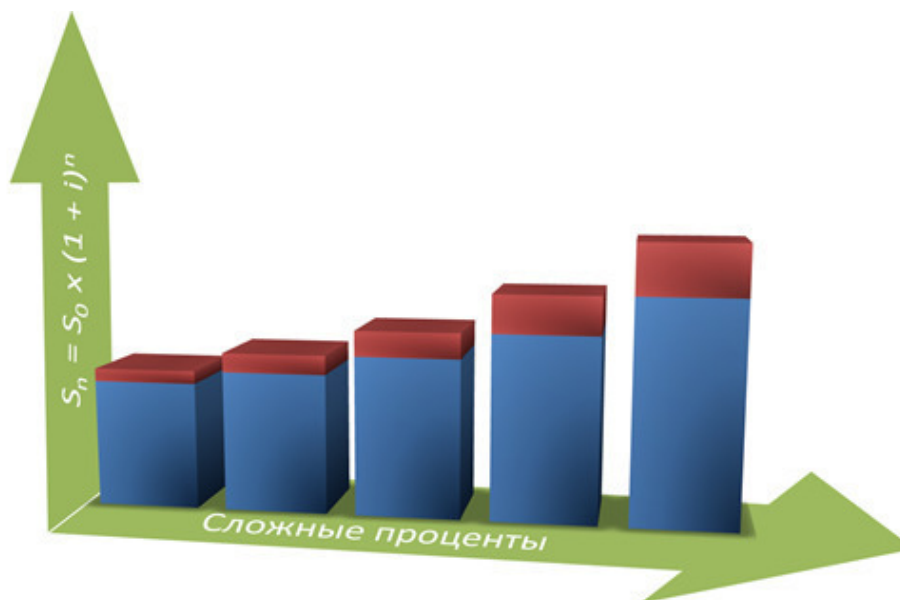
Определим, какая сумма будет на депозите по окончании всего срока.

*Решение:*

$$S_n = 40\,000 \times [1 + (1 \times 0,09 + 2 \times 0,11)] = 52\,400 \text{ рублей.}$$

## 1.4. Сложные проценты

Начисление сложного процента основано на том, что в определенный момент начисленные проценты прибавляются к сумме вклада, т.е. сумма на счету увеличивается, и в следующем периоде проценты начисляются уже на большую сумму (процент на процент).



Возьмем в качестве примера уже знакомого нам клиента, который выбирает себе самый доходный вклад. Как и в примере с простыми процентами в первый год, клиент вложил 100 рублей под 10% годовых. Вспоминая формулу расчета простых процентов, отразим в цифрах данную ситуацию:

$$100 \times (1 + 10\%) = 110$$

На второй год клиент решил вложить уже имеющиеся 110 рублей под те же 10% годовых. По известной уже формуле данная ситуация выглядела бы так:

$$110 \times (1 + 10\%)$$

Вместо 110 вставим наш предыдущий расчет, и у нас получится следующее:

$$100 \times (1 + 10\%) \times (1 + 10\%) = 121$$

На третий год произошла аналогичная ситуация, клиент вложил весь доход, полученный за предыдущие годы, т.е. 121 рубль под ту же ставку – 10%. В нашу формулу вместо числа 121 поставим расчет за второй год, т.е.  $100 \times (1 + 10\%) \times (1 + 10\%)$ . За третий год поставим также данные в скобках  $(1 + 10\%)$  и у нас получается вот такая формула.

$$100 \times (1 + 10\%) \times (1 + 10\%) \times (1 + 10\%) = 133,1$$

Если мы будем считать вложения клиента за следующие годы, то ситуация у нас будет повторяться. По правилам математики упростим получившуюся формулу, и у нас получится:

1 год	$100 \times (1 + 10\%) = 110$
2 год	$100 \times (1 + 10\%) \times (1 + 10\%) = 121$
3 год	$100 \times (1 + 10\%) \times (1 + 10\%) \times (1 + 10\%) = 133,1$ $100 \times (1 + 10\%)^3$

Теперь заменим рубли на  $S_0$ , 10% на  $i$  и будем выражать проценты в долях. Годы заменим на  $n$ , и обозначим сумму вклада с процентами через определенное количество лет как  $S_n$ . Тогда получим:

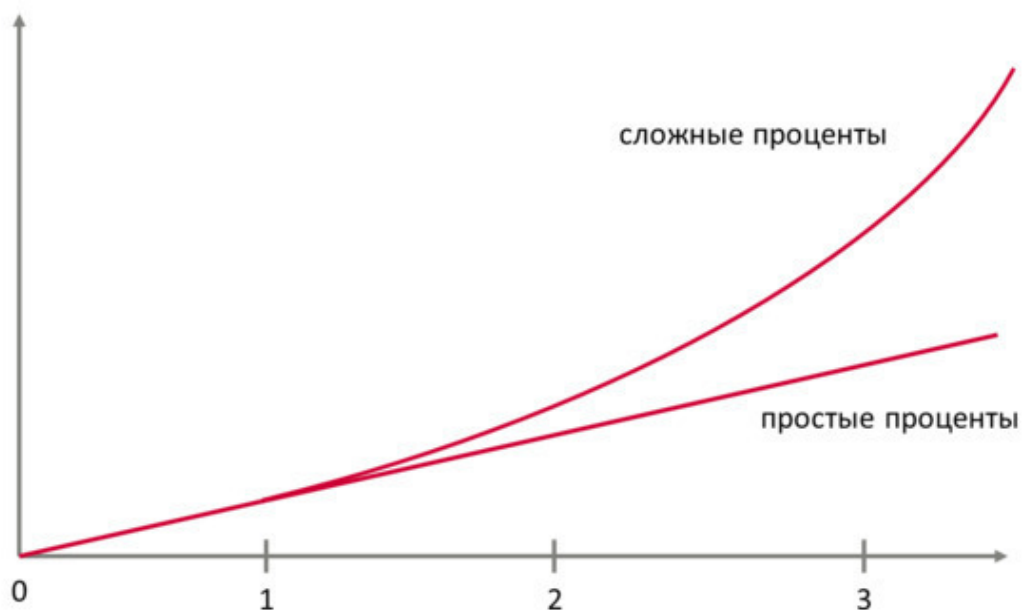
$$S_n = S_0 \times (1 + i)^n$$

где  $S_n$  – итоговая сумма накоплений  
 $S_0$  – сумма первоначального вклада  
 $n$  – срок или период накоплений  
 $i$  – процентная ставка, выраженная в долях

Рассмотрим эффект, который получается от долгосрочных вложений при использовании простых и сложных процентов. Вспомним, каков был доход клиента за этот период:

	Простые проценты	Сложные проценты
1 год	110 руб.	110 руб.
2 год	120 руб.	121 руб.
3 год	130 руб.	133,1 руб.

Графически это будет выглядеть так:



Как видно из рисунка, при краткосрочных вложениях начисление по простым процентам, то есть без реинвестирования накопленных средств, предпочтительнее, чем по сложным процентам. При сроке в один год разница отсутствует. Но при долгосрочных инвестициях сумма, рассчитанная по сложным процентам, значительно выше, чем по простым. Поэтому, если хотите ускорить рост вашего капитала, всегда помните о сложном проценте и реинвестируйте полученную прибыль.

### Эффект сложных процентов

Представьте, что у Вашего дальнего родственника во времена Бориса Годунова были накопления в размере 1 копейки, которые он дал в долг под скромные по тем временам 10% годовых и постоянно бы их реинвестировал. Как Вы думаете, сколько у Вас было бы сейчас денег?

А было бы их ровно **1 313 843 250 024 500** (Один квадриллион триста тринадцать триллионов восемьсот сорок три миллиарда двести пятьдесят миллионов двадцать четыре тысячи пятьсот) рублей!<sup>1</sup>

Для того чтобы рассчитать предполагаемый доход, нужно было знать, что деньги Вашего родственника находились бы в обороте более 400 лет, т.е. необходимо было бы рассчитать продолжительность финансовой операции.

<sup>1</sup> «Сложные проценты – это самая могущественная сила во вселенной.» (А. Эйнштейн)

## 1.5. Продолжительность финансовых операций

Как известно, процент – это сотая доля целого. Простой и сложный процент рассчитываются за определенный период времени. Но какой период времени? Исторически сложилось, что время в финансовых операциях (вклады, кредиты и т.д.) принято выражать в годах. Но что такое год? Год – это единица измерения времени, равная обороту Земли вокруг Солнца? Но для финансовых расчетов не очень подходит. Причем чаще всего финансовые операции делятся по времени не равное количество лет. В таком случае для определения времени в годах необходимо продолжительность операции в днях разделить на количество дней в году.

В календарном году 365 или 366 дней, но для более упрощенных расчетов и получения единой основы по договорам применяется также, что в каждом месяце ровно 30 дней, а в году, соответственно 360 дней. Данное количество дней в году называется «**временной базой**». Продолжительность финансовой операции также возможно считать точно или упрощенно.

Таким образом, два варианта определения одного параметра и два варианта определения другого параметра вместе дают четыре варианта расчёта продолжительности финансовой операции в годах:

«**365/365**» – продолжительность операции в днях и временная база определяются точно (или 366 дней, если високосный год).

## **Конец ознакомительного фрагмента.**

Текст предоставлен ООО «Литрес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на Литрес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.